



**REPUBLIKA CRNA GORA
MINISTARSTVO PROSVJETE I NAUKE**

ZAVOD ZA ŠKOLSTVO

DEVETOGODIŠNJA OSNOVNA ŠKOLA

IZBORNI PREDMETI

predmetni program

**MATEMATIČKA RADIONICA
KOMBINATORIKA I ELEMENTARNA TEORIJA BROJEVA**

izborni predmet

VII razred devetogodišnje osnovne škole

1. NAZIV NASTAVNOG PREDMETA

IZBORNI PREDMET

NAZIV PREDMETNOG PROGRAMA

MATEMATIČKA RADIONICA - KOMBINATORIKA I ELEMENTARNA TEORIJA BROJEVA (izborni predmet)

2. ODREĐENJE PREDMETNOG PROGRAMA

Kombinatorika i elementarna teorija brojeva se predaje u sedmom razredu sedmično po jedan čas, ukupno 34 časa godišnje.

Od davnina su brojevi čovjekov neizbježni pratilac. Pojava osnovnih pojmova i razvoj kombinatorike i teorije brojeva tekao je paralelno sa razvojem drugih matematičkih disciplina (algebre, geometrije, matematičke analize, teorije vjerovatnoće, matematičke statistike itd.) s kojima su tijesno povezane.

Kombinatorika je oblast matematike koja se bavi izučavanjem mogućih rasporeda, metoda za prebrojavanje i pravila grupisanja elemenata, najčešće, konačnih skupova. Postojanje konačnog skupa nam otvara više mogućnosti da od njegovih elemenata, nižući ih na različite načine, dobijamo različite rasporede od elemenata početnog skupa koje zovemo kombinatorne konfiguracije. Može se reći da je cilj kombinatorike izučavanje kombinatornih konfiguracija posebno pitanja njihovih postojanja, načina građenja i rješavanje zadataka prebrojavanja.

Teorija brojeva je dio matematike koji se bavi izučavanjem brojeva neposredno kao takvih, njihovih svojstava i ponašanja u raznim situacijama. Kao posljedica rješavanja i uopštavanja problema iz teorije brojeva nastali su mnogi djelovi savremene matematike. Karl Fridrih Gaus (1777. – 1855.) koji je autor mnogih važnih otkrića u matematici, rekao je: "Matematika je kraljica nauka, a teorija brojeva je kraljica matematike."

3. OPŠTI CILJEVI NASTAVE KOMBINATORIKE I ELEMENTARNE TEORIJE BROJEVA

Opšti ciljevi nastave ovog programa se poklapaju sa opštim ciljevima nastave matematike navedenim u odgovarajućem nastavnom programu za osnovnu školu.

4. SADRŽAJI I OPERATIVNI CILJEVI PREDMETNOG PROGRAMA

Sadržaji i operativni ciljevi predmeta razvrstani su po razredima i ciklusima (korelacije su obilježene masnim slovima).

VII Razred, ukupno 34 časa, po 1 čas nedjeljno

KOMBINATORIKA (18 časova orijentaciono)

Operativni ciljevi	Aktivnosti	Sadržaj	Korelacija i didaktička uputstva
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - se upozna se sa pojmom kombinatorike kao i sa osnovnim pravilima i metodama koje se koriste pri rješavanju kombinatornih zadataka; - usvoji prebrojavanje pomoću stabala (grafička interpretacija); - usvoji osnovna pravila prebrojavanja (pravilo zbira i pravilo proizvoda); - upozna Dirihleov princip i rješava tekstualne zadatke njegovom primjenom; - odredi broj i zapiše rasporede različitih elemenata nekog skupa u kojima je poredak bitan; - odredi broj na koliko se načina iz skupa od n elemenata može formirati njegov podskup od k ($k < n$) elemenata i daje pravilo zapisivanja (poredak nije bitan); - rješava tekstualne zadatke različitih stepena složenosti. 	<p>Učenici/ce:</p> <ul style="list-style-type: none"> - usvajaju osnovne pojmove kombinatorike; - grafički pomoću stabla i na drugi način predstavljaju kombinatorne probleme, prebrojavaju i zapisuju moguće rasporede objekata; - rješavaju kombinatorne zadatke tako što samostalno biraju moguće varijante uz korišćenje pravila zbira i proizvoda; - prepoznaju različite kombinatorne rasporede, zapisuju ih, prebrojavaju ih i izračunavaju njihov broj; - prilikom rješavanja školskih i domaćih zadataka trude se da sistematski nabrajaju i zapisuju različite varijante kombinatornih rasporeda; - znanja iz kombinatorike sistematišu na taj način što u najvećoj mjeri samostalno rješavaju zadatke iz nje. 	<p>Uvod. Osnovna pravila prebrojavanja. Dirihleov princip. Uređeni i neuređeni izbori elemenata.</p>	<p>Fizika, hemija, biologija i fizičko vaspitanje. Unutrašnja korelacija u vezi sa temom: elementarni kombinatorni zadaci. Preporučujemo da se kao model za demonstriranje različitih kombinatornih rasporeda koriste: kocke za igru "čovječe ne ljuti se", novčić (pismo, glava), žetoni, kuglice različitih boja i sl. Smatramo da prilikom rješavanja zadataka koriste pogodno odabrane grafičke interpretacije shematski, tabelarni prikazi i sl. Zapisivanje različitih kombinatornih rasporeda i izračunavanje njihovog broja treba uglavnom demonstrirati na skupovima koji imaju do 5 elemenata. Dirihleov princip na početku saopštiti u šaljivoj formi: "Ako je u n kaveza smješteno više od n zečeva onda se nekom kavezu nalaze bar dva zeca". Novi teoretski materijal preporučujemo da se gotovo uvijek izučava nakon rješavanja nekoliko pogodno odabranih zadataka.</p>

OPŠTA DIDAKTIČKA UPUTSTVA

Učenici/ce treba da se upoznaju sa osnovnim elementima kombinatorike, prije svega, sa problemima prebrojavanja kao njenom osnovnom preokupacijom koja je pogodna za uvođenje učenika/ca u ovu matematičku disciplinu; i da rješavajući kombinatorne zadatke, izgrađuju naviku sistematizacije kod prebrojavanja objekata i umijeće za rješavanje nestandardnih zadataka.

ELEMENTARNA TEORIJA BROJEVA (16 časova orijentaciono)

Operativni ciljevi	Aktivnosti	Sadržaj	Korelacija i didaktička uputstva
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - usvoji pojam djeljivosti na skupu Z (prethodno ponoviti djeljivost na skupu N_0); - usvoji osnovne osobine djeljivosti i dijeljenje sa ostatkom u skupu cijelih brojeva; - izračuna NZD cijelih brojeva a i b pomoću Euklidovog algoritama i to dovede u vezu sa NZS za date brojeve; - proširi znanja o prostim brojevima, usvoji teoremu koja se zove osnovni stav aritmetike i još neka svojstva u vezi sa prostim brojevima; - rješava linearne Diofantove jednačine; - usvoji, razumije pojam kongruencije i zna njena osnovna svojstva; - primjenjuje svojstva kongruencije po modulu m pri rješavanju raznih ..zadataka u vezi sa cijelim brojevima; - rješava tekstualne zadatke. 	<p>Učenici/ce:</p> <ul style="list-style-type: none"> - primjenjuju u redovnoj nastavi stečena znanja o djeljivosti i proširuju ih novim znanjima kroz rješavanje zadataka iz djeljivosti; - dijele u skupu Z sa ostatkom; - usvajaju Euklidov algoritam i pomoću njega određuju NZD za date cijele brojeve a, b i rješavaju zadatke primjenom NZD i NZS; - ispisuju redom sve proste brojeve manje od nekog broja i rješavaju zadatke primjenom osobina prostih brojeva; - određuju klase kongruencije po pojedinim modulima 3, 4, 5 - predstavljaju ih grafički i rješavaju druge zadatke primjenom svojstava kongruencije; - sistematišu usvojena znanja iz teorije brojeva na taj način što uglavnom samostalno rješavaju zadatke koji dati sa ciljevima navedenim u prethodnoj koloni 	<p>Djeljivost cijelih brojeva. Prosti brojevi. Diofantove jednačine. Kongruencije.</p>	<p>Unutrašnja korelacija u najvećoj mjeri u vezi sa temom: djeljivost brojeva.</p> <p>Izvodljivost operacije dijeljenja u skupu Z je osnova velikog dijela teorije brojeva, s obzirom da skup Z nije zatvoren u odnosu na operaciju dijeljenja.</p> <p>Preporučujemo da se proširi poznavanje kriterijuma djeljivosti sa kriterijumima djeljivosti brojevima 7, 11, 13.</p> <p>Što se tiče prostih brojeva treba pokušati potpuno ili djelimično odgovoriti na sljedeća pitanja: koji prirodni brojevi mogu biti prosti, da li postoji najveći prost broj, kako naći sve proste brojeve manje od nekog broja?</p> <p>Kod Diofantovih jednačina treba tražiti rješenja koja pripadaju skupu cijelih brojeva ili nekom njegovom podskupu, odnosno dokazati ili opovrgnuti postojanje takvih rješenja.</p> <p>Preporučujemo da se prilikom usvajanja kongruencija koristi odgovarajuća grafička interpretacija koja povezuje cjelobrojnu pravu sa kružnom linijom.</p> <p>Većina nastavnih jedinica treba da bude obrađena tako da učenici/ce mogu samostalno nastaviti njeno savladavanje bilo u cjelini bilo u djelovima prema svojim individualnim sposobnostima, takođe treba im nuditi dobar izbor zadataka za samostalan rad.</p>

OPŠTA DIDAKTIČKA UPUTSTVA:

Ukoliko nastavnik/ca procijeni da je za učenike/ce visoko zahtjevno usvajanje **elementarne teorije brojeva** na skupu Z , predložimo da to uradi na skupu N_0 .

Učenici/ce treba da se šire upoznaju sa osnovnim pojmovima iz teorije brojeva, kao što su: djeljivost u skupu cijelih brojeva, prosti i složeni brojevi, osnovne metode za nalaženje cjelobrojnih rješenja nekih jednačina i kongruencije.

5. NAČIN PROVJERE ZNANJA I OCJENJIVANJE

Znanje se provjerava usmenim ispitivanjem, provjerom domaćih zadataka i kontrolnom vježbom – na kraju svakog polugodišta radi se po jedna kontrolna vježba.

Učenici/ce koji ovladaju znanjima koja su u katalogu navedena u rubrici minimalni zahtjevi treba da se ocijene sa prelaznom ocjenom. Sticanje znanja koja su navedena u rubrici osnovni zahtjevi je cilj kojem treba da teži većina učenika/ca. Nastava treba da bude koncipirana tako da se ovaj cilj ostvari. Učenik/ca će ostvariti najveću ocjenu ako usvoji znanja navedena u rubrici napredni zahtjevi.

6. RESURSI KOJI SU POTREBNI ZA REALIZACIJU PROGRAMA

Resursi koji su potrebni za realizaciju programa se u osnovi poklapaju sa onim koji su predviđeni u Nastavnom programu iz matematike za osnovne škole.

7. PROFIL I STRUČNA SPREMA NASTAVNIKA/CA

Nastavu izvodi predmetni nastavnik/ca. Predmetni nastavnik/ca može biti profesor matematike, profesor matematike i informatike, diplomirani matematičar ili osoba koja je na fakultetu za obrazovanje nastavnika završila dvopredmetnu grupu pri čemu je jedan od predmeta matematika.

8. KATALOG ZNANJA

Minimalni zahtjevi	Osnovni zahtjevi	Napredni zahtjevi
<p>Učenik/ca:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna šta je kombinatorika i zna da izvrši prebrojavanje jednostavnih skupova; - rješava elementarne primjere zadataka koji se rješavaju primjenom pravila prebrojavanjem pomoću stabala i primjenom pravila zbira i proizvoda; - rješava jednostavne zadatke primjenom Dirihleovog principa; - zna da razlikuje osnovne kombinatorne konfiguracije i da pomoću njih rješava osnovne zadatke (zapisuje, prebrojava i izračunava broj kombinatornih konfiguracija); - razumije pojam djeljivosti, rješava jednostavnije zadatke i zna konkretno dijeljenje dva cijela broja sa ostatkom; - izračunava <i>NZD</i> za date cijele brojeve primjenom Euklidovog algoritma; - vlada pojmom prostog broja i zna da nađe proste brojeve manje od nekog broja; - rješava elementarne Diofantove jednačine; - razumije pojam kongruencije i zna da je koristi za rješavanje osnovnih zadataka. 	<p>Učenik/ca:</p> <ul style="list-style-type: none"> - definiše pojam kombinatorike, nabraja kombinatorne objekte i koristi odgovarajuću grafičku interpretaciju; - rješava zadatke primjenom pravila prebrojavanja pomoću stabala i primjenom pravila zbira i proizvoda; - rješava zadatke primjenom Dirihleovog principa; - zna da razlikuje uređene i neuređene kombinatorne konfiguracije i da primjenjujući ih rješava zadatke (zapisuje, prebrojava i izračunava broj kombinatornih konfiguracija); - kombinacija bez ponavljanja; - zna da koristi kriterijume djeljivosti i dijeljenje sa ostatkom za rješavanje zadataka; - rješava zadatke u vezi sa <i>NZD</i> i <i>NZS</i> u skupu cijelih brojeva primjenom Euklidovog algoritma; - zna <i>osnovni stav aritmetike</i> i još neka svojstva u vezi sa prostim brojevima i rješava zadatke u vezi sa njima; - zna da postavi i riješi tekstualni zadatak koji se svodi na Diofantovu jednačinu; - određuje razdiobu skupa Z, odnosno skupa N_0, za datu kongruenciju i zna da je predstavi grafički. 	<p>Učenik/ca:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna osnovna pravila kombinatorike npr. uočava da li postoji ili ne konfiguracija sa zadatim svojstvima i u stanju je da je nađe ako postoji; - rješava zadatke primjenom pravila prebrojavanja pomoću stabala i primjenom pravila zbira i proizvoda koristeći pri tome jezik teorije skupova; - zna uopšteni dokaz Dirihleovog principa i zna da njegovom primjenom rješava složenije zadatke; - zna da razlikuje uređene i neuređene kombinatorne konfiguracije i da primjenjujući ih rješava zadatke (zapisuje, prebrojava i izračunava broj kombinatornih konfiguracija) koristeći uspješno pri tome matematički jezik; - zna kriterijume djeljivosti, osnovne osobine djeljivosti i dijeljenje sa ostatkom i vrlo ih uspješno koristi za rješavanje zadataka; - samostalno rješava zadatke u vezi sa <i>NZD</i> i <i>NZS</i> primjenom Euklidovog algoritma; - zna <i>osnovni stav aritmetike</i> i još neka svojstva u vezi sa prostim brojevima i vrlo uspješno rješava zadatke u vezi sa njima; - zapisuje samostalno i matematički korektno plan za rješenje tekstualnog zadatka koji se svodi na Diofantovu jednačinu; - zna da primjenjuje svojstva kongruencije po modulu m pri rješavanju raznih zadataka.

Predmetni program **MATEMATIČKA RADIONICA – KOMBINATORIKA I ELEMENTARNA TEORIJA BROJEVA**, **izborni predmet** za devetogodišnju osnovnu školu izradila je Komisija u sljedećem sastavu:

dr **Siniša Stamatović**, predsjednik

Miodrag Lalić, član

Ivona Adžić, član